

STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM
2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

S 73 (M 33)

Toets voor de hypothese $p = p_0$



MATHEMATISCH CENTRUM,
2de Boerhaavestraat 49,
A M S T E R D A M (O).
Statistische Afdeling.
S 73 (M 33)

Toets voor de hypothese $p = p_0$.¹⁾

Wij beschouwen een experiment met twee mogelijke uitkomsten A en B, waarbij de kans p op A en $q = 1-p$ op B bestaat, ~~met~~ onbekende p . Het experiment wordt n maal uitgevoerd en het aantal maal, dat de uitkomst A is, wordt a genoemd. De grootte a bezit dan een binomiale waarschijnlijkheidsverdeling, d.w.z.

$$P[\underline{a}=a] = \binom{n}{a} p^a q^{n-a}, \quad 2) \quad (1)$$

waarin p dus onbekend is. Wij wensen nu de hypothese

$$H_0: p = p_0,$$

met gegeven waarde p_0 , te toetsen op grond van een bij n proeven gevonden waarde a_0 van a .

Indien H_0 juist is, wordt de waarschijnlijkheidsverdeling van a gegeven door (1) met $p=p_0$ en $q=1-p_0$. Bij tweezijdige toetsing wordt nu de overschrijdingskans k gedefinieerd als de som van die waarschijnlijkheden

$$\binom{n}{a} p_0^a (1-p_0)^{n-a},$$

die hoogstens gelijk zijn aan

$$\binom{n}{a_0} p_0^{a_0} (1-p_0)^{n-a_0}.$$

Indien deze som kleiner dan de onbetrouwbaarheidsdrempel α is (gewoonlijk neemt men $\alpha = 0,05$, maar dit is slechts een conventie), wordt H_0 verworpen en besluit men tot de ongelijkheid $p < p_0$ indien $a_0 < np_0$ is en tot $p > p_0$ indien $a_0 > np_0$ is.

¹⁾ Dit memorandum dient slechts ter oriëntatie en streeft niet naar volledigheid of volledige exactheid.

²⁾ Onderstreping van een letter duidt aan, dat de grootte stochastisch is; dezelfde letter zonder onderstreping wordt gebruikt voor een door de stochastische grootte aangenomen waarde.

Indien de toets ééenzijdig wordt uitgevoerd, b.v. links-ééenzijdig, wordt de ééenzijdige overschrijdingskans gedefinieerd door

$$\sum_{a=0}^{a_0} \binom{n}{a} p_0^a (1-p_0)^{n-a}$$

en H_0 wordt verworpen, indien deze som kleiner dan α is. Men besluit dan tot $p < p_0$. Deze links-ééenzijdige toetsing kan worden toegepast, indien $p > p_0$ onmogelijk wordt geacht of indien men de hypothese $p \geq p_0$ wenst te toetsen tegen $p < p_0$. Mutatis mutandis voor de rechts-ééenzijdige toetsing.

Voor grote n kan men de door (1) gegeven verdeling benaderen met behulp van de normale verdeling. De toets wordt dan gebaseerd op het feit, dat de grootte

$$\frac{a - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}},$$

indien H_0 juist is, bij benadering een normale verdeling met gemiddelde 0 en spreiding 1 bezit. Men zoekt dan in een tabel van de normale verdeling de bij de waarde

$$\frac{a_0 - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}}$$

behorende één- resp. tweezijdige overschrijdingskansen op en verworpt H_0 , indien deze kleiner dan α is.

Tabel van de binomiale verdeling (tot $n=49$, $p_0=0,01$ (0,01) 0,50):

Tables of the binomial probability distribution, National Bureau of Standards, Washington 1949.
